Un bound sul numero minimo di generatori di un p-gruppo finito

Fabrizio Mori

22/11/2022

Abstract seminario studenti

Martedì 22/11/2022 ore 9.30

Link Zoom:
https://unipd.zoom.us/j/89641482745?pwd=aHJmMVR6Ky80YjFIdDVoTUo5cUV0QT09

Gran parte della teoria dei gruppi finiti è dedicata allo studio dei generatori. Dato un gruppo G si definisce il sottogruppo di Frattini, denotato con $\Phi(G)$, come l'intersezione dei sottogruppi massimali di G.

Un fatto noto nel contesto dei p-gruppi finiti circa i generatori è che, dato un p-gruppo finito S, $|S/\Phi(S)| = p^{d(S)}$, dove $d(S)$ denota la cardinalità di un insieme minimale di generatori per S.

In questo seminario siamo interessati a stabilire un bound sul numero di generatori di un p-gruppo finito e proponiamo la dimostrazione del seguente risultato:

Teorema. *Sia p un primo dispari, S un p-gruppo finito, si ponga*

$$\Omega_1(S) := \langle \{g \in S | g^p = 1\} \rangle;$$

allora vale la disuguaglianza: $d(S) \leq \log_p |\Omega_1(S)|$.

Il risultato che dimostreremo generalizza un altro fatto noto: se p è un primo dispari e S è un p-gruppo contenente un unico sottogruppo di ordine p allora S è ciclico.

Riferimenti bibliografici

[1] Thomas J. Laffey, "The minimum number of generators of a finite p-group", [Bull. London Math. Soc, 5 (1973), 288-290].